

## שם האשכול: דמיון בעדשות – הכללה-חלק ב

אשכול: דמיון בעדשות-חלק ב מתוך 3 אשכולות

יחידה: מדע

ח / ט / י

כיתה מומלצת

45-90 דקות

משך הזמן המומלץ

עדשה מרכזת, מוקד עדשה, מהלך קרני אור העוברים דרך עדשה מרכזת, דמות אופטית וסרטוטה, דמות ממשית.

נושאים/מושגים חוץ מתמטיים הנלמדים באשכול (הקשר)

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נדרשים

מיומנויות	מושגים	נושאים
זיהוי משולשים דומים שבהם לכל זווית במשולש אחד, יש זווית ששווה לה במשולש אחר. מציאת יחס בין צלעות מתאימות במשולשים דומים. מציאת נתונים חסרים מתוך תכונות הדמיון ותוך שימוש בפרופורציה.	משולשים דומים יחס בין צלעות משולשים פרופורציה	דמיון משולשים
מציאת חוקיות בשילוב שברים ותכנים גאומטריים.	הכללה חוקיות סדר גודל	הכללה של ביטויים מספריים
זיהוי משולשים חופפים. הוכחת חפיפת משולשים. הסקת מסקנות לגבי זוויות שוות במשולשים חופפים.	משפטי חפיפה	חפיפת משולשים
זיהוי זוויות מתאימות הוכחה ישירים מקבילים	זוויות מתאימות	ישירים מקבילים
פתרון בעיות המשלבות בין הבנת טקסט מילולי, המסביר את מהלך קרני האור העובר דרך עדשה מרכזת, לבין הידע המתמטי של תלמידים, בנושא דמיון משולשים.	עדשה מרכזת מוקד דמות אופטית	בעיות אורייניות מתוך מציאות

ידע מתמטי של דמיון משולשים, מאפשר להבין במה תלוי היחס בין גודל העצם לגודל הדמות של העצם, המשתקפת דרך עדשה מרכזת, ולחשב יחס זה.

מטרת האשכול

העמקה בנושא דמיון משולשים

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נלמדים (חדשים)

בכתה ח- סיכום של נושא דמיון משולשים.

שלב הלמידה המומלץ

בכתה ט- לקראת סוף השנה, כחזרה וכהכנה לכתה י'.

מבנה האשכול



מה עוד אפשר לשאול



בעיית מטרה 1



1.1.1 בעיות מדרגה 1



1.2.2, 1.2.1 בעיות מדרגה 2

- ניתן לפתוח את השיעור בשאלות לגבי מה שנלמד באשכול "דמיון בעדשות-חלק א".
- ארגון הכתה בקבוצות של 2-4 תלמידים
- התלמידים יקראו את תיאור הסיטואציה.
- תלמידים פותרים את בעיות המטרה, כאשר כל קבוצה, במידת הצורך, נעזרת במדרגות שבאשכול.
- דיון כיתתי בו תלמידים מציגים את תשובותיהם ומסבירים אותן.
- תלמידים מעלים שאלות נוספות. המורה יכול לבחור שאלה אחת או יותר מתוך שאלות אלו ולפתח דיון עליהן.

ארגון כיתה מומלץ

במה עוזרת לנו המתמטיקה כדי להבין את המציאות, בהקשר לאשכול זה?

שאלות מומלצות לדיון כיתתי

### מדרגה 1 לבעיית מטרה 1

תפקידי המדרגות

#### 1.1.1 בעיה

הבעיה עוזרת לתלמיד להבחין בקשרים הקיימים בין קטעים שונים בסרטוט. יש להיעזר בקשרים אלו כדי להגיע לחישובים המתאימים ולמלא את הטבלה וכן כדי להגיע להכללות ולענות על בעיה 1.2 בבעיית מטרה 1.

### מדרגה 2 לבעיית מטרה 1

#### 1.2.1 בעיה

הבעיה עוזרת לתלמיד להבחין במצבים שונים המתייחסים ליחס בין גודל העצם, לגודל הדמות ולקשר בין יחס זה למרחק העצם ממרכז העדשה.

כמו כן, הבעיה גם עוזרת לתלמיד להבחין בקשרים הקיימים בין קטעים שונים בסרטוט, במצבים שונים של מרחק העצם ממרכז העדשה.

יש להיעזר בקשרים אלו כדי להגיע לחישובים המתאימים ולמלא את הטבלה וכן כדי להגיע להכללות ולענות על בעיה 1.2 בבעיית מטרה 1.

#### 1.2.2 בעיה

הבעיה עוזרת לתלמיד להבין באיזה מצב לא נוצרת דמות.

וכן גם עוזרת לתלמיד להבין שכדי להוכיח שהקרניים מקבילות, עליו למצוא קטעים שווים בסרטוט ולשם כך יש להיעזר בחפיפת משולשים.

## הצעות לפתרונות

### פתרון בעיית מטרה 1

#### סעיף א

היחס בין גודל הנר לגודל דמות הנר $\frac{AB}{HG}$	$\frac{AO}{f} = k$	מרחק הדמות ממרכז העדשה HO	מרחק הנר ממרכז העדשה AO	מרחק המוקד ממרכז העדשה f	
3	4	8/3 ס"מ	8 ס"מ	2 ס"מ	
2	3	3 ס"מ	6 ס"מ	2 ס"מ	
1	2	4 ס"מ	4 ס"מ	2 ס"מ	
0.5	1.5	6 ס"מ	3 ס"מ	2 ס"מ	
0.25	1.25	10 ס"מ	2.5 ס"מ	2 ס"מ	
k-1	k	-----	AO	f	* הכללה

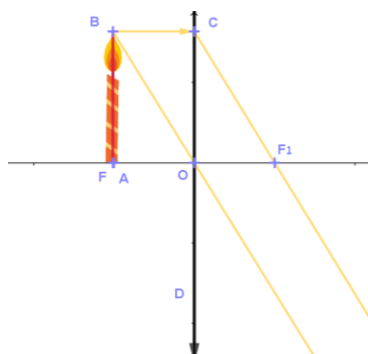
#### סעיף ב

מצאנו כי  $\frac{AB}{HG} = k - 1$

- אם  $k - 1 > 1$ , כלומר  $k > 2$ , אז  $\frac{AB}{HG} > 1$ . עבור  $k > 2$ , אורך הנר גדול יותר מאורך דמות הנר.
- אם  $k - 1 = 1$ , כלומר  $k = 2$ , אז  $\frac{AB}{HG} = 1$ . עבור  $k = 2$ , אורך הנר שווה לאורך דמות הנר.
- אם  $0 < k - 1 < 1$ , כלומר  $1 < k < 2$ , אז  $0 < \frac{AB}{HG} < 1$ . עבור  $1 < k < 2$ , אורך הנר קטן יותר מאורך דמות הנר.

#### סעיף ג

כאשר  $k = 1$ , מרחק הנר ממרכז העדשה, שווה למרחק המוקד ממרכז העדשה. מהלך הקרניים מתואר בסרטוט הבא:



נתון כי:  $AO = OF_1$  (נקודות A ו-F מתלכדות)  
יש להוכיח כי קרניים  $OB$  ו- $CF_1$  מקבילות ולכן לא נוצרת דמות הוכחה

$$\triangle BAO \cong \triangle CF_1O \text{ משפט חפיפה צ.ז.צ}$$

ניתן להסיק כי:

$$\sphericalangle BOA = \sphericalangle CF_1O$$

ומכאן

$$CF_1 \parallel OB$$

אפשרות נוספת היא להוכיח כי מרובע  $BCF_1O$  הוא מקבילית.

\* **הערה:** יש לציין שההכללה אליה מגיעים על פי החוקיות המתגלה בטבלה, היא בגדר **השערה**, כיוון שהתלמיד לא

נדרש להוכחה כללית.

תלמידים מתקדמים יכולים להגיע להוכחה כללית:

הוכחה כללית עם פרמטרים לסעיף א

ז.ז. על פי משפט דמיון  $\Delta COF_1 \sim \Delta GHF_1$

↓

$$\frac{CO}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1}$$

מרובע ABCO הוא מלבן  
(או חפיפת משולשים BCO ו-OAB)

↓

$$CO = AB$$

↓

$$\frac{AB}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1} = \frac{f}{HO - f}$$

ז.ז. על פי משפט דמיון  $\Delta BAO \sim \Delta GHO$

↓

$$\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{k \cdot f}{OH}$$

↓

$$\frac{AB}{HG} = \frac{f}{HO - f} = \frac{k \cdot f}{HO}$$

↓

$$\frac{1}{HO - f} = \frac{k}{HO}$$

↓

$$HO = k \cdot HO - k \cdot f$$

↓

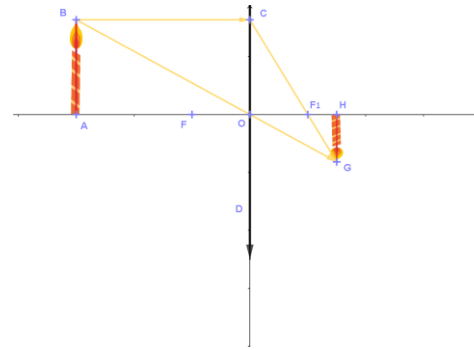
$$(k - 1)HO = k \cdot f$$

↓

$$HO = \frac{k \cdot f}{k - 1}$$

↓

$$\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{k \cdot f}{\left(\frac{k \cdot f}{k - 1}\right)} = k - 1$$



סעיף א

נתון כי:  $AB \perp HA$

$HG \perp AH$

$BC \parallel AH$

$OF = OF_1 = f$

$AO = k \cdot f$

יש לבטא את:

א.  $HO$

ב.  $\frac{AB}{HG}$

פתרונות לבעיות במדרגה 1 לבעיית מטרה 1

בעיה 1.1.1

תיקון	נכון/לא נכון	טענה
	נכון, נובע מהפרופורציות שנלמדו באשכול חלק א	א. $\frac{AO}{OH} = \frac{OF_1}{HF_1}$
אם $\frac{AB}{HG} > 1$ אז $OH < AO$	לא נכון	ב. אם $\frac{AB}{HG} > 1$ אז $OH > AO$
	נכון	ג. $OH > OF$
$f = OH - HF_1$	לא נכון	ד. $f = OH - OF_1$
אם $\frac{AO}{f} = k$ ו- $k > 1$ , היחס בין אורך הנר לאורך דמות הנר משתנה. אורך הנר יכול להיות גדול מאורך דמות הנר, שווה לאורך דמות הנר, או קטן מאורך דמות הנר.	לא נכון	ה. אם $\frac{AO}{f} = k$ ו- $k > 1$ , אז אורך הנר גדול יותר מאורך דמות הנר.

## פתרונות לבעיות במדרגה 2 לבעיית מטרה 1

## בעיה 1.2.1

סרטוים	שוויונות/אי שוויונות
1.	א. $\frac{AO}{f} = 1$ סרטוט 2
	ג. $\frac{AB}{HG} > 1$ סרטוט 4
2.	ג. $OH > OF$ סרטוים 1, 3, 4
	ד. $\frac{f}{HF_1} < 1$ סרטוט 3
3.	ה. $\frac{AO}{OH} = \frac{AO}{f+HF_1}$ סרטוים 1, 3, 4

<p>4.</p>	<p>ג. <math>\frac{AO}{f} = k &gt; 1</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>סרטוטים 1, 3, 4</p> </div>
-----------	--

### בעיה 1.2.2.

קטעים שווים בסרטוט (נקודות A ו F - מתלכדות):

$$FO=AO$$

$$OC=AB$$

$$OF_1=AO$$

$$AO=BC$$

$$OF_1=BC$$

$$CF_1=BO$$

