

שם האשכול: דמיון בעדשות - זכוכית מגדלת - חלק ג

אשכול : דמיון בעדשות חלק ג' (אשכול ג מתוך 3 אשכולות)

יחידה מדע

כיתה מומלצת ח / ט / י

משך הזמן המומלץ 45-90 דקות

נושאים/מושגים חוץ מתמטיים הנלמדים באשכול (הקשר)
עדשה מרכזת, מוקד עדשה, מהלך קרני אור העוברים דרך עדשה מרכזת, דמות אופטית וסרטוטה, דמות ממשית, דמות לא ממשית, זכוכית מגדלת.

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נדרשים

נושאים	מושגים	מיומנויות
דמיון משולשים	משולשים דומים יחס בין צלעות משולשים פרופורציה	זיהוי משולשים דומים שבהם לכל זווית במשולש אחד, יש זווית ששווה לה במשולש אחר. מציאת יחס בין צלעות מתאימות במשולשים דומים. מציאת נתונים חסרים מתוך תכונות הדמיון ותוך שימוש בפרופורציה.
הכללה של ביטויים מספריים	הכללה חוקיות סדר גודל	מציאת חוקיות בשילוב שברים ותכנים גאומטריים.
בעיות אורייניות מתוך מציאות	עדשה מרכזת מוקד דמות אופטית	פתרון בעיות המשלבות בין הבנת טקסט מילולי, המסביר את מהלך קרני האור העובר דרך עדשה מרכזת, לבין הידע המתמטי של תלמידים, בנושא דמיון משולשים.

מטרת האשכול ידע מתמטי של דמיון משולשים, מאפשר להבין במה תלוי היחס בין גודל העצם לגודל הדמות של העצם, המשתקפת דרך עדשה מרכזת, ולחשב יחס זה.

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נלמדים (חדשים) העמקה בנושא דמיון משולשים

בכתה ח- סיכום של נושא דמיון משולשים.
בכתה ט- לקראת סוף השנה, כחזרה וכהכנה לכתה י'.
שלב הלמידה המומלץ

מבנה האשכול



מה עוד אפשר לשאול

בעיית סיכום



בעיית מטרה 1



1.1.1 בעיות מדרגה 1



1.2.1 בעיית מדרגה 2

- ארגון כיתה מומלץ
- ניתן לפתוח את השיעור בשאלות לגבי מה שנלמד באשכול "דמיון בעדשות- חלק א".
- ניתן להביא לכתה זכוכיות מגדלת ולעורר את השאלה מדוע דרך זכוכית מגדלת הדמות היא ישרה ומוגדלת.
- ארגון הכתה בקבוצות של 2-4 תלמידים
- התלמידים יקראו את תיאור הסיטואציה.
- דיון כיתתי קצר המבהיר את המושגים, ואת מהלך סרטוט דמות אופטית, לא ממשית, של עצם המשתקפת דרך עדשה מרכזת דקה.
- התלמידים פותרים את בעיית מטרה 1, כאשר כל קבוצה, במידת הצורך, נעזרת במדרגות שבאשכול.
- דיון כיתתי בו תלמידים מציגים את תשובותיהם ומסבירים אותן.
- התלמידים פותרים את בעיית מטרה 2 - סיכום.
- דיון כיתתי בו תלמידים מציגים את תשובותיהם ומסבירים אותן.
- תלמידים מעלים שאלות נוספות. המורה יכול לבחור שאלה אחת או יותר מתוך שאלות אלו ולפתח דיון עליהן.

- שאלות מומלצות לדיון כיתתי
- מה במבנה הבעיה עוזר כדי להגיע להכללה?
- כיצד נעזרתם ביישומון בפתרון הבעיות?
- במה עזרת לנו המתמטיקה כדי להבין את המציאות, בהקשר לאשכול זה?

מדרגה 1 לבעיית מטרה 1

1.1.1 בעיה

הסרטוט בבעיה שבמדרגה, זהה לזה שבבעיית המטרה. אך הבעיה במדרגה פשוטה יותר מבעיית המטרה, כיוון שנידרש בה להוכיח דמיון בין זוג אחד של משולשים. בעוד שכדי לפתור את בעיית המטרה, יש להוכיח דמיון בין שני זוגות של משולשים.

מדרגה 2 לבעיית מטרה 1

1.2.1 בעיה

הסרטוט בבעיה שבמדרגה 2, זהה לזה שבבעיית מדרגה 1 ובבעיית המטרה. אך הבעיה במדרגה 2, פשוטה יותר מבעיית המטרה ומהבעיה במדרגה 1, כיוון שעל פי הנתונים בבעיה זו, ניתן לזהות באופן ישיר בין אילו משולשים יש להוכיח דמיון.

הצעות לפתרונות

פתרון בעיית מטרה 1

פתרון סעיפים א ו ב	סעיפים א ו ב
<p style="text-align: center;">סעיף א</p> <p>$\Delta DOF_1 \sim \Delta GHF_1$ על פי משפט דמיון ז.ז.</p> $\frac{DO}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1}$ <p>מרובע $ABDO$ הוא מלבן (או חפיפת משולשים BDO ו- OAB)</p> $DO = AB$ $\frac{AB}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1} = \frac{3}{HO + 3}$ <p>$\Delta BAO \sim \Delta GHO$ על פי משפט דמיון ז.ז.</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{2}{OH}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{3}{HO + 3} = \frac{2}{HO}$ $3 \cdot HO = 2 \cdot HO + 6$ $HO = 6 \text{ ס"מ}$ <p style="text-align: center;">סעיף ב</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ <p>דמות הנר גדולה פי 3 מהנר.</p>	<p style="text-align: center;">פתרון לסעיפים א + ב</p> <p>נתון כי: $AB \perp HF_1$ $HG \perp HF_1$ $BD \parallel HF_1$ $OF = OF_1 = 3 \text{ ס"מ}$ $AO = 2 \text{ ס"מ}$</p> <p>יש לחשב את:</p> <p>א. HO ב. $\frac{AB}{HG}$</p>

פתרון סעיף ג	סעיף ג
<p>כנ"ל</p> <p>נציב בפתרון סעיף א</p> $AO = 0.75 \text{ ס"מ}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{0.75}{OH}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{3}{HO + 3} = \frac{0.75}{HO}$ $3 \cdot HO = 0.75 \cdot HO + 2.25$ $HO = 1 \text{ ס"מ}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{0.75}{1} = \frac{3}{4}$ <p>דמות הנר גדולה פי $\frac{4}{3}$ מהנר.</p>	$AB \perp HF_1$ $HG \perp HF_1$ $BD \parallel HF_1$ $OF = OF_1 = 3 \text{ ס"מ}$ $AO = 0.75 \text{ ס"מ}$ <p>יש לחשב את: $\frac{AB}{HG}$</p>
פתרון סעיף ד	סעיף ד
<p>נציב בפתרון סעיף א:</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{1}{2}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1} = \frac{3}{HO + 3} = \frac{1}{2}$ $HO = 3 \text{ ס"מ}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{1}{2} = \frac{OA}{OH} = \frac{OA}{3}$ $AO = 1.5 \text{ ס"מ}$	$AB \perp HF_1$ $HG \perp HF_1$ $BD \parallel HF_1$ $OF = OF_1 = 3 \text{ ס"מ}$ $\frac{AB}{HG} = \frac{1}{2}$ <p>יש לחשב את: AO</p>

פתרון בעיה במדרגה 1

1.1.1 בעיה

<p style="text-align: right;">פתרון</p> <p>$DOF_1 \sim \triangle GHF_1$ על פי משפט דמיון ז.ז.</p> <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{DO}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1}$ <p>מרובע ABDO הוא מלבן (או חפיפת משולשים BDO ו-OAB)</p> <p style="text-align: center;">↓</p> $DO = AB$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{4}{12} = \frac{OF_1}{HF_1} = \frac{3}{HF_1}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $HF_1 = 9 \text{ ס"מ}$ $HO = 9 - 3 = 6 \text{ ס"מ}$	<p style="text-align: right;">נתון כי:</p> <p>$AB \perp HF_1$ $HG \perp HF_1$ $BD \parallel HF_1$ $OF = OF_1 = 3 \text{ ס"מ}$ $AB = 4 \text{ ס"מ}$ $HG = 12 \text{ ס"מ}$</p> <p>א. חשבו את HF_1.</p> <p>ב. חשבו את HO.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

פתרון בעיה במדרגה 2

1.2.1 בעיה

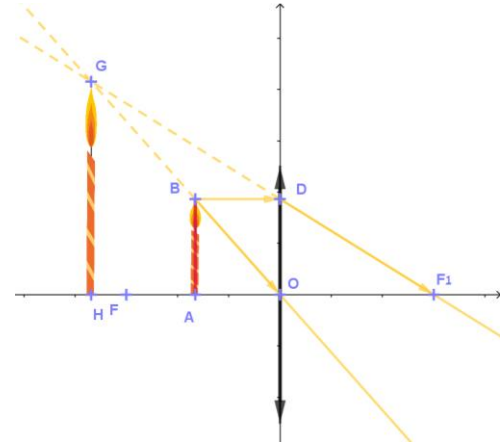
פתרון

BAO ~ Δ GHO על פי משפט דמיון ז.ז.

$$\frac{AB}{HG} = \frac{4}{10} = \frac{OA}{OH} = \frac{2}{OH}$$

$$OH = 5 \text{ ס"מ}$$

$$HA = OH - OA = 5 - 2 = 3 \text{ ס"מ}$$



נתון כי:

$$AB \perp HF_1$$

$$HG \perp HF_1$$

$$BD \parallel HF_1$$

$$AB = 4 \text{ ס"מ}$$

$$HG = 10 \text{ ס"מ}$$

$$AO = 2 \text{ ס"מ}$$

יש לחשב את: HA

פתרון בעיית מטרה 2 - הסיכום

יחס בין גודל הנר לגודל דמות הנר $\frac{AB}{HG}$	יחס : $\frac{AO}{f} = k$	מרחק הנר ממרכז העדשה (AO)	מרחק המוקד ממרכז העדשה (f)	סעיף בבעיית מטרה 1
$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	2 ס"מ	3 ס"מ	סעיף ב
$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0.75 ס"מ	3 ס"מ	סעיף ג
$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1.5 ס"מ	3 ס"מ	סעיף ד
$1 - \frac{AO}{f} = 1 - k$	$\frac{AO}{f} = k$	AO $0 < AO < f$	f	הכללה *

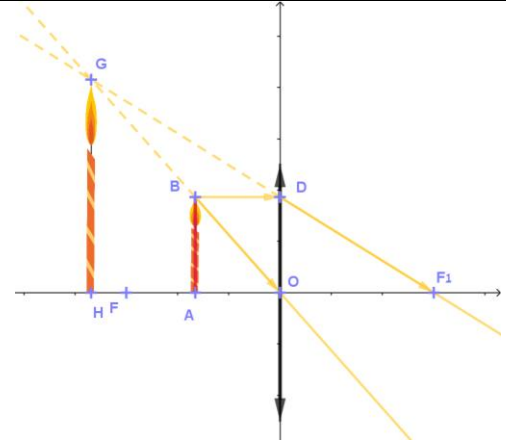
ב. אם מרחק הנר ממרכז העדשה קטן ממרחק המוקד ממרכז העדשה אז $0 < \frac{AO}{f} = k < 1$.

היחס בין גודל עצם לגודל הדמות שווה ל- $1 - k$.

עבור $0 < k < 1$, קיים ש: $0 < 1 - k < 1$. כלומר, גודל העצם קטן מגודל הדמות. ובמילים אחרות, הדמות גדולה מהעצם.

* **הערה:** יש לציין שההכללה אליה מגיעים על פי החוקיות המתגלה בטבלה היא בגדר **השערה**, כיוון שהתלמיד לא נדרש להוכחה כללית.
תלמידים מתקדמים יכולים להגיע להוכחה כללית:

הוכחה כללית עם פרמטרים:

<p>$\Delta DOF_1 \sim \Delta GHF_1$ על פי משפט דמיון ז.ז.</p> <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{DO}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1}$ <p>מרובע $ABDO$ הוא מלבן (או חפיפת משולשים BDO ו- OAB)</p> <p style="text-align: center;">↓</p> $DO = AB$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{OF_1}{HF_1} = \frac{f}{HO + f}$ <p>$\Delta BAO \sim \Delta GHO$ על פי משפט דמיון ז.ז.</p> <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{k \cdot f}{OH}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{f}{HO + f} = \frac{k \cdot f}{HO}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{1}{HO + f} = \frac{k}{HO}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $HO = k \cdot HO + k \cdot f$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(1 - k)HO = k \cdot f$ <p style="text-align: center;">↓</p> $HO = \frac{k \cdot f}{1 - k}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $\frac{AB}{HG} = \frac{OA}{OH} = \frac{k \cdot f}{\left(\frac{k \cdot f}{1 - k}\right)} = 1 - k$	 <p>סעיף א נתון כי: $AB \perp HF_1$ $HG \perp HF_1$ $BD \parallel HF_1$ $OF = OF_1 = f$ $AO = k \cdot f$</p> <p>יש לבטא את: א. HO ב. $\frac{AB}{HG}$</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------