

## שם האשכול: מראות פרבוליות - חלק א

### מוקד, מדריך ומה שביניהם – הקדמה

אשכול: מראות פרבוליות – מוקד, מדריך ומה שביניהם - חלק א מתוך 3 אשכולות.

יחידה מדע - מתמטיקה

כיתה מומלצת ט

משך הזמן המומלץ 45 דקות

נושאים/מושגים חוץ מתמטיים הנלמדים באשכול (הקשר) נושאים חוץ מתמטיים הקשורים לאשכול זה, מופיעים בחלק ג.

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נדרשים

נושאים	מושגים	מיומנויות
מעגל	מרכז מעגל רדיוס של מעגל	סימון נקודות על מעגל.
ישרים מקבילים	מרחקים שווים בין ישרים	סימון נקודות על ישרים.
מרחק	מרחק בין שתי נקודות מרחק בין נקודה לישר	סימון נקודות הנמצאות במרחק שווה מנקודה נתונה ומישר נתון.
פונקציה ריבועית ופרבולה	ביטוי אלגברי של פונקציה ריבועית. גרף של פרבולה	זיהוי גרף של פרבולה. זיהוי ביטוי אלגברי של פונקציה ריבועית.
משפט פיתגורס (בעיית הרשות)		משפט פיתגורס בשילוב שיעורי נקודות וקטעים במערכת צירים.

מטרת האשכול

הכרת תכונה של הפרבולה: כל נקודה על הפרבולה נמצאת במרחקים שווים ממוקד הפרבולה וממדריך הפרבולה. יישום תכונה זו הינו לצורך פתרון בעיה במציאות, העוסקת במראות פרבוליות – אליה נתייחס באשכול השלישי.

ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים

נלמדים (חדשים)

מוקד של פרבולה

מדריך של פרבולה

כל נקודה על הפרבולה נמצאת במרחקים שווים ממוקד הפרבולה וממדריך הפרבולה

לאחר הכרת הפרבולה ותכונותיה.

שלב הלמידה המומלץ

בעיית הסיכום באשכול זה היא בעיית רשות. המורה יחליט אם תלמידים בכיתתו יפתרו בעיה זו. תלמידים שפתרו את הבעיה יכולים לדלג על חלק ב' ולעבור לאשכול "מוקד ומדריך ומראות פרבוליות".

הערה

רצוי שתלמידים שלא פתרו בעיה זו, יעברו לאשכול "מוקד ומדריך ומה שביניהם- חלק ב'".

## מבנה האשכול



מה עוד אפשר לשאול?

בעיית סיכום (רשות)



בעיית מטרה 1



1.1.1 בעיות מדרגה 1



1.2.1 בעיית מדרגה 2

- ארגון הכיתה בקבוצות של 2-4 תלמידים.
- תלמידים פותרים את בעיית מטרה 1, כאשר כל קבוצה, במידת הצורך, נעזרת במדרגות שבאשכול וביישומונים.
- דיון כיתתי בו תלמידים מציגים את תשובותיהם ומסבירים אותן.
- תלמידים פותרים את בעיית הסיכום. (זו בעיית רשות והמורה יחליט אם לבקש מהתלמידים לפתור אותה).
- המשך דיון כיתתי בבעיית הסיכום.
- תלמידים מעלים שאלות נוספות. המורה יכול לבחור שאלה אחת או יותר מתוך שאלות אלו ולפתח דיון עליהן.
- סיכום השיעור כפי שמובא באשכול. רצוי להציג ולהדגים את תכונת הפרבולה בעזרת היישומון המצורף.

ארגון כיתה מומלץ

-כיצד זיהיתם היכן לסמן את הנקודות המבוקשות?

שאלות מומלצות לדיון כיתתי

-כיצד עזרו לכם המעגלים והקווים האופקיים למציאת הנקודות שיש לסמן?

-מה ההגדרה של מרחק בין נקודה לישר?

-מהי ההגדרה של מעגל?

-האם נתקלתם בקשיים? אם כן, מה היו הקשיים?

-האם המדרגות ענו על הקשיים בהם נתקלתם?

-כיצד נעזרתם ביישומונים?

-מה לדעתכם יקרה אם המדריך יהיה מעל המוקד?

### מדרגה 1 לבעיית מטרה 1

### תפקידי המדרגות

#### 1.1.1 בעיה

בבעיה יש לסמן רק שתי נקודות שמרחקן מנקודה F ומהישר m נתון.

הבעיה מאפשרת לתלמיד להתמקד במציאת נקודות מסוימות. היא מאפשרת להבין שיש שתי נקודות הנמצאות במרחק מסוים מ-F ומהישר m, ומאפשרת להבין שאם המרחק המבוקש הוא 4.5, אזי הנקודות תמצאנה במפגש בין המעגל התשיעי והקו האופקי התשיעי.

### מדרגה 2 לבעיית מטרה 1

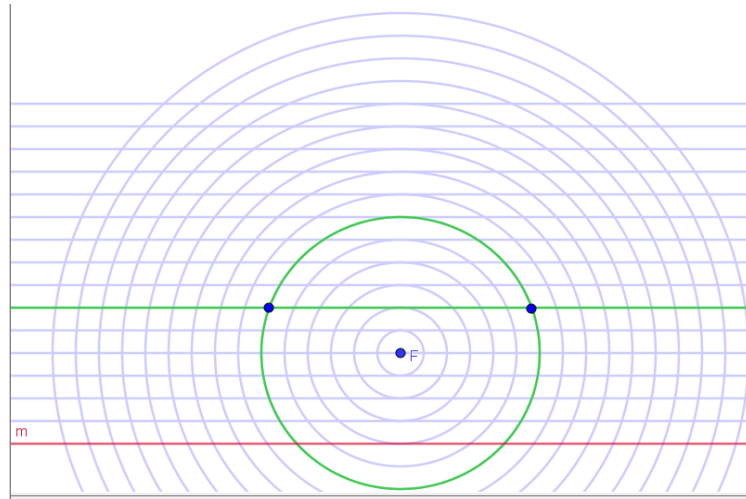
#### 1.2.1 בעיה

בבעיה נתונה נקודה מסוימת ויש לקבוע האם מרחקה מ-F שווה למרחקה מהישר m. כדי לקבוע זאת, יש להבין כיצד להיעזר במעגלים ובקווים המקבילים לישר m. הבנה זו מאפשרת למצוא נקודות נוספות, הנמצאות במרחק שווה מ-F ו m.

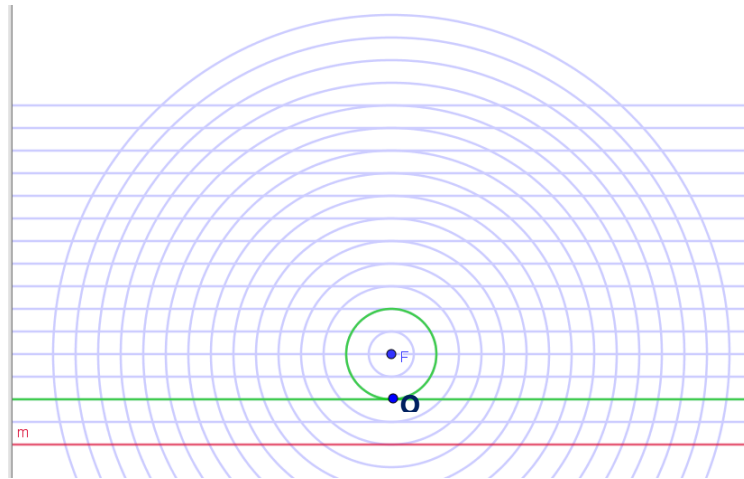
## הצעות לפתרונות

### פתרון בעיית מטרה 1

- א. נקודות, הנמצאות במרחק שווה מנקודה  $F$  ומהישר  $m$ , נמצאות במפגש בין המעגל שמספרו  $n$  (רדיוסו  $n/2$ ) לבין הקו האופקי שמספרו  $n$  (מרחקו מהמדריך  $n/2$ ).
- הנקודות, המסומנות בסרטוט, נמצאות על מעגל מספר 6. במילים אחרות, הן במרחק 3 יחידות מ- $F$ , ועל קו אופקי מספר 6. כלומר, במרחק 3 יחידות מהישר  $m$ .



- ב. הנקודה הקרובה ביותר לישר  $m$ , שנמצאת במרחקים שווים מנקודה  $F$  ומהישר  $m$ , נמצאת במפגש בין מעגל מספר 2 וקו אופקי מספר 2. מרחקו מ- $F$  ומהישר  $m$  שווה ליחידה אחת.



- ג. הגרף המתקבל הוא פרבולה.

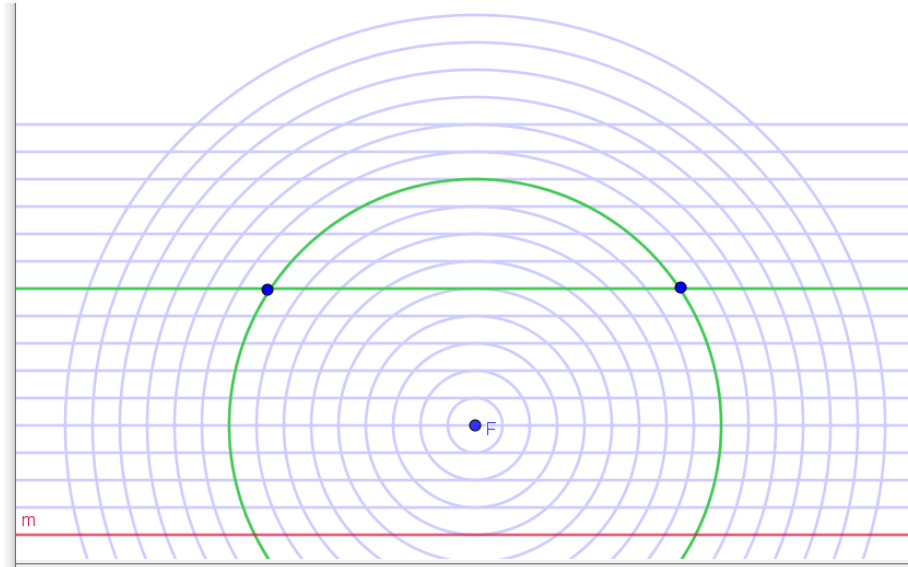
**הערה:** הפעילות מובילה לתפיסה אינטואיטיבית בלבד של תכונת הפרבולה המובאת בסיכום. בבעיית הסיכום (רשות) מגיעים התלמידים להוכחה כי הגרף המתקבל הוא פרבולה.

## פתרונות למדרגות

### פתרון בעיה במדרגה 1

#### 1.1.1 בעיה

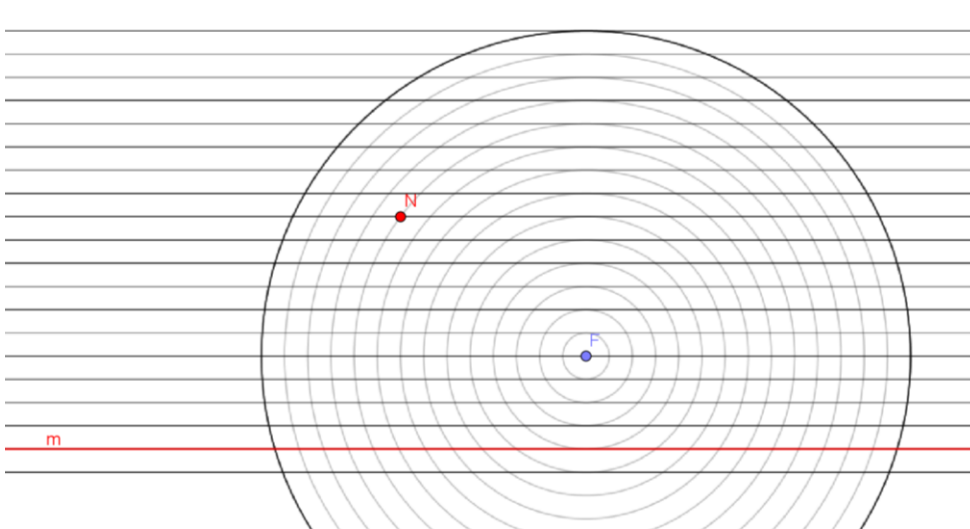
הנקודות, הנמצאות, במרחק 4.5 יחידות מנקודה F ומישר m, נמצאות במפגש המעגל התשיעי והקו האופקי התשיעי. ראו סרטוט מצורף.



### פתרון בעיה במדרגה 2

#### 1.2.1 בעיה

נקודה N נמצאת במרחק שווה מנקודה F ומישר m. היא נמצאת במפגש המעגל העשירי והקו האופקי העשירי, ולכן המרחק הוא 5 יחידות.



## פתרון בעיית הסיכום (רשות)

נתון כי:

שיעורי נקודה F הם:  $(0,2)$ , וישר m הוא הישר  $y = -2$ .

נקודה A היא נקודה כלשהי, שמרחקה מנקודה F שווה למרחקה מישר m.

AB מרחק נקודה A מישר m.

נקודה C נמצאת על AB, כך שקטע FC מקביל לציר ה-x.

**הוכחה:**

$$AC = y_A - y_C = y_A - 2$$

AB  $\perp$  m מרחק נקודה A מישר m

$$FA = AB = y_A + 2$$

משפט פיתגורס  $FA^2 = AC^2 + FC^2$

$$(y_A + 2)^2 = (y_A - 2)^2 + (x_A)^2$$

$$(y_A)^2 + 4 \cdot y_A + 4 = (y_A)^2 - 4 \cdot y_A + 4 + (x_A)^2$$

$$y_A = \frac{1}{8}(x_A)^2$$

