

אשכול האנומליה של המים-נפח המים- חלק ג

אשכול ג מתוך 3 אשכולות.


מדעים	יחידה
ט	כיתה מומלצת
45 דקות	משך הזמן המומלץ
קשר בין צפיפות חומר לנפחו, השפעת טמפרטורה על נפח של חומר, האנומליה של המים בהקשר לנפח המים ונפח הקרח, תופעות טבע הקשורות לאנומליה של המים.	נושאים/מושגים חוץ מתמטיים הנלמדים באשכול (הקשר)

מיומנויות	מושגים	נושא	ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נדרשים
- הדגמה באמצעות טבלאות וגרפים כיצד פונקציה מתארת תופעה. הסקת מסקנות ותיאור של השתנות של תופעה.	- תחום של הפונקציה - השתנות של פונקציה בקצב אחד ובקצב לא אחד	גרפים ופונקציות	
- קריאת גרף המדגים את השתנות צפיפות המים והקרח בהתאם להשתנות הטמפרטורה.	- קנה מידה של מערכת צירים - נקודת מקסימום - נקודת מינימום		
- בניית טבלת ערכים המדגימה את השתנות נפח המים והקרח בהתאם להשתנות הטמפרטורה	- תחום עליה - תחום ירידה		
- סימון נקודות במערכת צירים (המתארות את השתנות נפח של חומר בהתאם לטמפרטורה)	- גרף של נקודות במערכת צירים - טבלת ערכים	ארגון נתונים בדרכים שונות	
- הבנה של מגמת שינוי של נתונים.			
- הבנה כי: כאשר היחס הוא בין גדלים מסוגים שונים, אז ליחס יש יחידות מידה. (יחס בין מסה לנפח)	- יחס בין גדלים שאינם מאותו סוג. - נוסחת צפיפות (יחס בין מסה לנפח)	יחס	

מיומנויות	מושגים	נושא	ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים נדרשים (המשך)
- הבנה כי: שני גדלים חיוביים (צפיפות ונפח) משתנים, כאשר המכפלה שלהם קבועה (מסה), מקיימים יחס הפוך. כלומר: כאשר נתונים שני גדלים חיוביים, (צפיפות חומר ונפח חומר), כך שכשגודל אחד (צפיפות) קטן (או גדל) פי מספר מסוים - הגודל השני (נפח) גדל (או קטן) פי אותו המספר, אז בין שני הגדלים יש יחס הפוך.	- יחס הפוך (הקשר בין צפיפות חומר לנפח החומר כאשר המסה קבועה)	יחס הפוך	
- חישוב המתבסס על היחס ההפוך בין צפיפות לנפח	- יחידות מידה של נפח	יחידות מידה	
- מעבר בין יחידות מידה של נפח	- מ"ק, סמ"ק		
- אוריינות כמותית: חישוב, אומדן ועיגול מספרים לצורך פתרון בעיות	- רמת דיוק של מספרים רציונליים בייצוג עשרוני	אומדן	
- פתרון בעיות המשלבות בין הבנת טקסט מילולי והצגת נתונים הלקוחים מתוך המציאות לביצוע החישובים המתאימים לפתרון הבעיות	- צפיפות - מסה - נפח	בעיות אורייניות מתוך מציאות קרובה לתלמידים	
- יחידות של: מסה, נפח, צפיפות	- יחידות מידה של: מסה, נפח, צפיפות		
- מתן הסברים לתופעות טבע	- גרף המתאר את השתנות צפיפות המים בהתאם לטמפרטורה		
<p>א. פתרון הבעיות שבאשכול דורש יישום ידע ומיומנויות במתמטיקה בהתאם לתוכנית הלימודים של משרד החינוך. הפתרון מוביל להעמקת ההבנה כיצד להיעזר בקריאה ובהבנת גרף מפוצל המתאר את השפעת הטמפרטורה על צפיפות המים וצפיפות הקרח, בשילוב ההבנה של משמעות הנוסחה המקשרת בין צפיפות חומר לנפחו, זאת כדי לתאר את תופעת האנומליה של המים מבחינת השפעת השתנות הטמפרטורה על השתנות נפח המים ונפח הקרח.</p> <p>ב. פתרון הבעיות שבאשכול דורש יישום ידע ומיומנויות מתמטיים בהתאם לתוכנית הלימודים של משרד החינוך ומוביל להעמקת ההבנה של: קריאה והבנת משמעותו של גרף מפוצל, שימוש בנוסחה לביצוע חישובים, יחס הפוך וייצוג הגרפי, מעבר בין יחידות של נפח, עיגול מספרים עשרוניים.</p>			מטרת האשכול

- ידע מתמטי ומיומנויות מתמטיים
- נלמדים (חדשים)
- קריאה והבנה של גרף מפוצל.
- הבנת משמעות קנה מידה בגרף
- הצבה בנוסחה וביצוע חישובים בעזרת הנוסחה.
- יחס הפוך, והבנת השפעת המכנה על גודל השבר.
- הקשרים הקיימים בין מאפיינים של גרף נתון של פונקציה לבין מאפיינים של הפונקציה ההופכית לה.
- מעבר בין יחידות של נפח.
- הבנה לעומק של טקסט מילולי.

מבנה האשכול

מה עוד אפשר לשאול?	בעיית מטרה 2- סיכום	בעיית מטרה 1	בעיית מטרה 1	בעיית מטרה 1
			1.1.1	בעיות מדרגה 1
			1.2.1	בעיית מדרגה 2
			1.3.1	בעיית מדרגה 3

מטרת מדרגה 1 לבעיית מטרה 1

1.1.1 בעיה

- הפניית תשומת לב התלמיד לכך שניתן להסיק מסקנות לגבי סדר הגודל של נפח המים בטמפרטורות שונות (באיזו טמפרטורה הנפח גדול יותר), מתוך גרף צפיפות המים, ללא צורך בחישובים מדויקים.
- הפניית תשומת לב התלמיד לכך שיש להתייחס לתחומי טמפרטורה שונים, כשמתארים את השתנות נפח המים, כתלות בטמפרטורה.

מטרת מדרגה 2 לבעיית מטרה 1

1.2.1 בעיה

בבעיה שבמדרגה, מוצגת שוב הנוסחה המקשרת בין צפיפות חומר לנפחו, ומוצגת טבלה המקשרת בין טמפרטורה לצפיפות המים ונפח המים. חלק מהחישובים מוצגים. בכך המדרגה עוזרת לתלמיד בכמה היבטים:

- להבין כיצד להיעזר בנוסחה כדי לחשב נפח כאשר הצפיפות נתונה.
- להבין כיצד לחשב את הנפח ביחידות של סמ"ק.
- להבין את ההוראה: בתשובה הסופית דייקו דיוק של שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- לעקוב אחר השתנות הנפח של מים, בהתאם לטמפרטורה.
- להבין שבין נפח לצפיפות קיים יחס הפוך, כאשר המסה היא קבועה.

למדרגה זו מצורף יישומון העוזר לתלמיד לבדוק את תשובותיו. כמו כן היישומון מאפשר להציג בצורה חזותית את השתנות נפח המים בהתאם לטמפרטורה בתחום הנתון.

הערה: פונקציית הנפח בהתאם לטמפרטורה היא פונקציה הופכית לפונקציית הצפיפות בהתאם לטמפרטורה.

תלמיד לא מתבקש לשרטט את גרף הנפח של המים בהתאם לטמפרטורה, ולמצוא לו ביטוי אלגברי, אלא רק לחשב (ולסמן ביישומון) נקודות בודדות. זאת כדי למנוע היווצרות אפשרית של תפיסה מוטעית שגרף של הפונקציה ההופכית לפרבולה הוא גם פרבולה, גם אם במקרים מסוימים ובתחום מסוים גרף הפונקציה ההופכית של פונקציה ריבועית יכול להיות "דומה" לפרבולה. כמו כן, פונקציה הופכית לקו ישר (נפח הקרח), אינה קו ישר.

מטרת מדרגה 3 לבעיית מטרה 1

בעיה 1.3.1

הבעיה במדרגה מתמקדת בנפח הקרח ב- -4°C , ומציגה כמה תשובות אפשריות ביחידות של סמ"ק, כולל תשובה המציגה את דרך החישוב. בכך מאפשרת המדרגה לתלמיד לשים לב לתחום בגרף המתייחס לקרח, להבין כיצד להיעזר בגרף ובנוסחה לחישוב נפח, ולהבין כיצד לחשב את הנפח ביחידות של סמ"ק.

מערך דידקטי מומלץ:

- רצוי להקדים ולשאול את התלמידים שאלות הקשורות למה שלמדו על האנומליה של המים באשכולות חלקים א ו- ב.
- את הפתיח, הסבר לגבי נפח של חומרים ותלותו בטמפרטורה, ניתן לקרוא ביחד בכיתה.
- רצוי להציג בפני כל הכיתה את קטע הווידאו המוצג בפתיח, הממחיש את השפעת הטמפרטורה על הנפח של כדור מתכת.
- ארגון הכיתה: למידה בזוגות או בקבוצות.
- ציוד נדרש: מחשבון, מחשב.
- ניהול השיעור: המורה יאפשר לתלמידים לפתור את הבעיות שבאשכול באופן עצמאי, כשבאפשרותם להיעזר במדרגות וביישומונים. המורה יעודד תלמידים שמתקשים להיעזר במדרגות, וידריך את התלמידים במקרה שישנן אי הבנות.
- המורה יבקש, מתלמידים שסיימו לפתור את הבעיות שבאשכול, להציע שאלה נוספת הקשורה לאשכול ולענות עליה.
- דיון בכיתה: התלמידים יציגו ויסיבירו את תשובותיהם בדיון. רצוי לאפשר להם להציג דרכים שונות לפתרון. יש להדגיש בדיון שהגרף של השתנות נפח המים כתלות הטמפרטורה אמנם "דומה" לפרבולה, אך אינו פרבולה. והגרף של השתנות נפח הקרח כתלות בטמפרטורה, אינו קו ישר.
- יש לאפשר לתלמידים להציג את השאלות הנוספות שחשבו עליהן ולדון בפתרונות שהציעו. רצוי שהמורה יבחר, מבין שאלות התלמידים, את השאלות שלדעתו ראוי לדון בהן. אפשרות נוספת היא להציע לתלמידים להגיש את השאלות הנוספות ואת פתרון כעבודת הגשה.

הצעות לפתרונות

בעיית מטרה 1

$$1. \text{נפח של } 1 \text{ ק"ג מים מתוקים ב- } 0^{\circ}\text{C הוא } 1000.13 \text{ סמ"ק} = \frac{1}{999.87} \cdot 10^6$$

$$2. \text{נפח של } 1 \text{ ק"ג מים קופאים נפחם קטן ב- } 90.383 \text{ סמ"ק} = 1000.13 - \frac{10^6}{917}$$

כאשר 1 ק"ג מים קופאים נפחם קטן ב- 90.383 סמ"ק.

ב.1

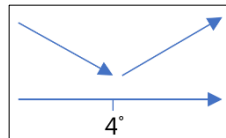
$$\text{נפח} = \frac{\text{מסה}}{\text{צפיפות}}$$

מסה של חומר אינה משתנה. מהנוסחה ניתן להבין שנפח של חומר נמצא ביחס הפוך לצפיפותו. כלומר, ככל שהצפיפות גדלה הנפח קטן, וככל שהצפיפות קטנה הנפח גדל.

בתחום $4^{\circ}\text{C} < t \leq 14^{\circ}\text{C}$, הגרף מראה שצפיפות המים קטנה ככל שהטמפרטורה גדלה. כלומר, בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח המים גדל.

בתחום $0^{\circ}\text{C} < t < 4^{\circ}\text{C}$, הגרף מראה שצפיפות המים גדלה ככל שהטמפרטורה גדלה. כלומר, בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח המים קטן.

מסקנה: ב- 4°C נפח המים הוא מינימלי.



ב.2. האנומליה של המים מבחינת נפחם באה לידי ביטוי בתחום הטמפרטורות $0^{\circ}\text{C} \leq t < 4^{\circ}\text{C}$. בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח המים קטן, ואילו כמעט בכל החומרים האחרים, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח החומר גדל.

נוסף לכך ב- 0°C כאשר הקרח מפשר והופך למים, בטמפרטורה של 0°C , נפח המים קטן במידה ניכרת מנפח הקרח, בעוד שבחומרים אחרים, כאשר הם עוברים ממוצק לנוזל, נפחם גדל.

ג. בתחום $-4^{\circ}\text{C} < t \leq 0^{\circ}\text{C}$, ככל שהטמפרטורה גדלה, צפיפות הקרח קטנה. לכן, בתחום זה, ככל שהטמפרטורה גדלה, נפח הקרח גדל.

בעיית מדרגה 1 למטרה 1

1.1.1 בעיה

- נפח של 1 ק"ג מים בטמפרטורה של 0°C , גדול מנפח של 1 ק"ג מים בטמפרטורה של 2°C .
- נפח של 1 ק"ג מים בטמפרטורה של 10°C , גדול מנפח של 1 ק"ג מים בטמפרטורה של 4°C .

בעיית מדרגה 2 למטרה 1

1.2.1 בעיה

G	F	E	D	C	B	A	נקודה
12°C	10°C	8°C	6°C	4°C	2°C	0°C	טמפרטורה
999.48	999.7075	999.87	999.9675	1000	999.9675	999.87	צפיפות של ק"ג מים מתוקים ב ק"ג/מ"ק (בקירוב)
1000.52	$\frac{10^6}{999.7075} = 1000.292586$ ~1000.293 סמ"ק	1000.13	1000.033	$\frac{1}{1000} \cdot 10^6 = 1000$ = 1000 סמ"ק	1000.033	1000.13	נפח של ק"ג מים מתוקים בסמ"ק (בקירוב)

הערה: הנתונים של צפיפות המים שמופיעים בטבלה, חושבו בקירוב על פי הביטוי האלגברי לפונקציה הריבועית, שהיא פונקציית הקירוב לצפיפות המים, כפי שחושבה באשכול "האנומליה של המים - חלק ב".

בעיית מדרגה 3 לבעיית מטרה 1

נפח 1 ק"ג קרח ב-4°C הוא:

ב. 1090.037 סמ"ק

ד. $\frac{1,000,000}{917.4}$ סמ"ק

בעיית מטרה 2 - סיכום

א. התפוררות סלעים ותופעת ההודוס הם תוצאה מתהליך קפיאה-הפשרה. תהליך זה מתרחש כאשר מים שמחלחלים לחריצים בסלע קופאים ומתרחבים **בשל האנומליה של המים**. בתהליך ההתרחבות, הקרח יכול להפעיל לחץ רב על הסלעים. לחץ זה בדרך כלל חזק יותר מכוח העמידה של הסלע, והלה נשבר ומתפרק.

ב. המזרק היה מלא במים, בשל האנומליה של המים, כאשר המים קפאו נפחם גדל ולכן הקרח פרץ דרך הפתח של המזרק ונוצרה טיפת הקרח.

ג. תופעות נוספות:

- ידוע כי אין להכניס למקפיא בקבוק זכוכית מלא במים. זאת בשל האנומליה של המים. כאשר המים בבקבוק קופאים נפחם גדל, נוצר לחץ על בקבוק הזכוכית והוא עלול להתפוצץ.
- בארצות בהן הטמפרטורות יורדות מתחת ל-0°C, המים בצינורות המים לבתים עלולים לקפוא, נפח הקרח גדל והצינורות עלולים להתפוצץ. כדי למנוע זאת ממליצים להשאיר בברזים זרם דק של מים וכך המים בצינורות לא קופאים.

מקורות

[האנומליה של המים](#)

[בלייה](#)